LIMITES: $\lim f(x) = L, si\ \forall\varepsilon > 0, \exists\delta > 0: |x - a| < \delta \Longrightarrow |f(x) - L| < \delta$

$\frac{\boldsymbol{k}}{\mathbf{0}}$ Se calculan los limites laterales y si coinciden existe el limite.

$\frac{\mathbf{0}}{\mathbf{0}}$ **Cociente de polinomios:** Se factoriza, se simplifica y se resuelve.
Diferencia de raíces cuadradas: Se multiplica y se divide por el conjugado.

$\frac{\infty}{\infty}$ **Leibniz:**

- Si los grados son iguales se dividen los de mayor grado.
- Si el grado del numerador es mayor el límite es ∞.
- Si el grado del denominador es mayor el límite es 0.

$\infty - \infty$ **Polinomios:** el límite es +∞ o -∞ según el signo del termino de mayor grado.
Funciones racionales: Se hacen las operaciones algebraicas y se calcula.
Diferencia de raides: Se multiplica y se divide por el conjugado y se obtiene $\frac{\infty}{\infty}$

$\mathbf{0} \cdot \infty$ Se transforma mediante operaciones algebraicas en $\frac{\infty}{\infty}$

$$\boldsymbol{e} = \lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

$\mathbf{1}^\infty$ $\lim_{x \to \infty} f(x)^{g(x)} = e^{\lim_{x \to \infty}(f(x)-1)\cdot g(x)}$

L´Hôpital: Para resolver indeterminaciones de $\frac{\infty}{\infty}$ y $\frac{\mathbf{0}}{\mathbf{0}}$

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

RECTAS:

Recta tangente: $y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$

Recta normal: $y - f(a) = \frac{-1}{f'(a)} \cdot (x - a)$

CONTINUIDAD:

1. Si es continua en el punto y los limites laterales en ese punto solo iguales.

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x)$$

La función tiene que estar definida en ese punto.

DISCONTINUIDAD:

1. **Evitable:** Cuando existe el límite en el punto, pero no coincide con el valor de la función en el punto:
$$f(a) \neq \lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x)$$

2. **Inevitable:** Cuando existen los limites laterales pero son distintos o infinitos.
La resta de ambos valores es el <u>salto de función</u> y puede ser de salto finito o infinito.

DERIVABILIDAD Y CONTINUIDAD:

1. Calcular la continuidad en los puntos de salto.

2. Si es continua en el punto y los limites laterales en ese punto solo iguales, puede ser derivable.

$$f(a) = \lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x)$$

   Si no es continua no es derivable.

3. Realizamos la derivada y comparamos los limites laterales.
   Si coinciden, la función es derivable en ese punto.

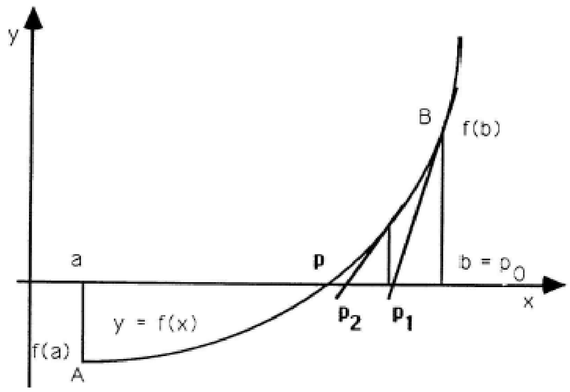
$$\lim_{x \to a^-} f'(x) = \lim_{x \to a^+} f'(x)$$

BISECCIÓN: $\boldsymbol{p_1 = \frac{a_n + b_n}{2}}$

PUNTO FIJO: Despejar un x para conseguir $\boldsymbol{g(x)}$

NEWTON-RAPHSON: $\boldsymbol{p_n = p_{n-1} - \frac{f(x)}{f'(x)}}$

Para poder utilizar este método debe cumplir el CTVM.
$\boldsymbol{f'(x)}$ *y* $\boldsymbol{f''(x)}$ no deben ser nulas.
$\boldsymbol{f(p_0) \cdot f'(p_0) > 0}$



Se toma un valor intermedio y se lanza la recta tangente en la imagen de la función.

· Se evalúa la recta tangente en el eje de abscisas y se vuelve a buscar la imagen en la función, lanzando otra vez una tangente en ese punto.

· Se repiten estos pasos hasta aproximarnos con la tolerancia deseada.

SECANTE: $\boldsymbol{p_{n+1} = p_n - \frac{f(p_n)}{f(b) - f(p_n)} \cdot (b - p_n)}$

SECANTE MODIFICADO: $\boldsymbol{p_n = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})}{f(p_{n-1}) - f(p_{n-2})} \cdot (p_{n-1} - p_{n-2})}$

$\boldsymbol{\Delta^2}$ **DE AITKEN:** Es un método de aceleración de una convergencia lineal que puede acompañar a cualquier método de aproximación del cálculo de raíces.

Su fórmula es: $\boldsymbol{\widehat{p_n} = p_n - \frac{(p_{n+1} - p_n)^2}{p_{n+2} - 2p_{n+1} + p_n}}$

Para utilizar este método es necesario conseguir las tres primeras iteraciones con otro método.

TOLERANCIA: $\boldsymbol{\frac{|p_n - p_{n+1}|}{|p_n|}}$

ESTUDIO Y REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES:

1. **DOMINIO**
   Conjunto de números reales que tienen imagen, es decir, donde está definida la función.

2. **CORTE CON LOS EJES**
   Corte en **0X**: Igualamos la función a **0** y resolvemos la ecuación.
   Corte en **0Y**: Sustituimos **x** por **0** y resolvemos la ecuación. *(Máximo un resultado)*

3. **SIGNO**
   Si la gráfica está por encima de **0X** será **positiva** y si está por debajo será **negativa**.
   Sustituimos valores entre los **puntos de discontinuidad** y los **puntos de corte 0X** y resolvemos. *El signo del resultado será lo que buscamos.*

4. **PERIODICIDAD**
   Una función es periódica si su gráfica se repite cada cierto intervalo de amplitud **P**, si $\boldsymbol{f(x+P)=f(x)}$ *Ocurre en las funciones trigonométricas.*

5. **SIMETRÍA**
   Una función es simétrica si al doblar su gráfica por el eje de simetría, esta se superpone. Existen dos tipos de simetría:

- Simetría **PAR**: $\boldsymbol{f(x)=f(-x)}$
- Simetría **IMPAR**: $\boldsymbol{f(-x)=-f(x)}$

6. **ASÍNTOTAS**
   Las asíntotas son líneas a las que se acerca la función sin llegar a tocarlas.

- **Asíntotas Verticales**: Rectas donde $\boldsymbol{x=a}$
  Se miran en los puntos de discontinuidad.
  $\boldsymbol{\lim_{x\to a} f(x)}$

  Si da un valor infinito hay que hacer los limites laterales y averiguar el signo.
  $\boldsymbol{\lim_{x\to a^-} f(x)}$
  $\boldsymbol{\lim_{x\to a^+} f(x)}$

- **Asíntotas Horizontales**: Rectas donde $\boldsymbol{y=b}$
  Como mucho puede haber 2.
  $\boldsymbol{\lim_{x\to -\infty} f(x)=b}$
  $\boldsymbol{\lim_{x\to \infty} f(x)=b}$

  Si da un valor finito es una asíntota horizontal.
  Si tiene asíntota horizontal no tiene asíntota oblicua.
- **Asíntotas Oblicuas**: Rectas donde $\boldsymbol{y=mx+n}$
  Tenemos que hallar **m** y **n**.
  $\boldsymbol{m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}}$
  $\boldsymbol{n=\lim_{x\to\infty}[f(x)-mx]}$

7. **EXTREMOS**
Resolvemos $\boldsymbol{f'(x) = 0}$ y el resultado es un posible extremo relativo.
Sustituimos el resultado en la segunda derivada $\boldsymbol{f^k(x)}$ y resolvemos.

Si k es **PAR**
- Si $\boldsymbol{f^k(a) < 0 \rightarrow f(x)}$ tiene un máximo en **a**.
- Si $\boldsymbol{f^k(a) > 0 \rightarrow f(x)}$ tiene un mínimo en **a**.

Si k es **IMPAR** no hay extremo.

8. **MONOTONÍA**
Se estudia en los puntos de discontinuidad y en los extremos relativos
- Si $\boldsymbol{f'(a) > 0 \rightarrow f(x)}$ es creciente en **a**.
- Si $\boldsymbol{f'(a) < 0 \rightarrow f(x)}$ es decreciente en **a**.

9. **PUNTOS DE INFLEXIÓN**
Resolvemos $\boldsymbol{f''(x) = 0}$ y el resultado es un posible punto de inflexión.
Sustituimos el resultado en la tercera derivada, resolvemos y el resultado tiene que ser distinto de **0**.

$$\boldsymbol{f^k(x) \neq 0}.$$

Si k es **PAR**, no podemos decir nada.
Si k es **IMPAR**, el resultado es un punto de inflexión.

10. **CURVATURA**
Se estudia a los lados de los puntos de inflexión.

- Si $\boldsymbol{f''(a) > 0 \rightarrow f(x)}$ es **cóncava** en **a**.
- Si $\boldsymbol{f''(a) < 0 \rightarrow f(x)}$ es **convexa** en **a**.

11. **REPRESENTACIÓN**

SERIES:

SERIE	CONVERGE	DIVERGE
$\sum_{n=1}^{\infty} \boldsymbol{a_n}$		$\lim_{n\to\infty} a^n \neq 0$
$\sum_{n=1}^{\infty} \boldsymbol{a \cdot r^n}$	$\lvert r \rvert < 1$	$\lvert r \rvert \geq 1$
$\sum_{n=1}^{\infty} \boldsymbol{a_n}$	$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\lvert a_n \rvert} < 1$	$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\lvert a_n \rvert} > 1$
$\sum_{n=1}^{\infty} \boldsymbol{a_n}$	$\lim_{n\to\infty} \left\lvert \frac{a_n + 1}{a_n} \right\rvert < 1$	$\lim_{n\to\infty} \left\lvert \frac{a_n + 1}{a_n} \right\rvert > 1$
$\sum_{n=1}^{\infty} \boldsymbol{a_n}$	$0 \leq a_n \leq b_n$ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$	$0 \leq b_n \leq a_n$ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$